ISSN: 2992-9210

SKALYAR-TENZOR NAZARIYA ASOSIDA GRAVITATSION MAYDON UCHUN OLINGAN YANGI YECHIMLARNING QISQACHA TAHLILI

Q. Badalov [1], R.Ibadov[2]

1. Q.Badalov O‘zbekiston-Finlandiya pedagogika instituti, Samarqand, O‘zbekiston.

2. R.Ibadov Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti, Samarqand, O‘zbekiston.

Q. Badalov
O‘zbekiston-Finlandiya pedagogika insti
Samarqand, O‘zbekiston,
kr.badalov@gma om

R.Ibadov[2]
Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti, Samarqand, O‘zbekiston

Annotatsiya. Ushbu maqolada nosingulyar statik sferik-simmetrik metrikaning ma’lum bir kinetik bog‘lanish funksiyasi $h(\phi)$ va potensiali $U(\phi)$ larni topishda skalyar-tenzor nazariyadan foydalanish imkoniyatlari ko‘rsatib beriladi. Bunda, skalyar maydon o‘z holatini ma’lum koordinatalarda kanonik ko‘rinishdan fantomga o‘zgartirishi mumkinligi inobatga olinadi. STN ko‘rinishi radial koordinataning to‘liq sohasida emas balki chegaralangan sohasida Simpson-Visser metrikasi vositasida qarab chiqiladi.

Kalit so‘zlar: *skalyar-tenzor nazariya, bog‘lanish funksiyasi, statik sferik-simmetrik metrika, potensial, Simpson-Visser metrikasi.*

A BRIEF ANALYSIS OF THE NEW SOLUTIONS OBTAINED FOR THE GRAVITY FIELD ON THE BASIS OF SCALAR-TENSOR THEORY

Abstract. This article shows the possibilities of using the scalar-tensor theory in finding the kinetic coupling function $h(\phi)$ and potential $U(\phi)$ of the non-singular static spherical-symmetric metric. In this case, it is taken into account that the scalar field can change its state from canonical to phantom in certain coordinates. The appearance of STN is determined by the Simpson-Visser metric, not in the full area of the radial coordinate, but in a limited area.

Key words: *scalar-tensor theory, coupling function, static spherically symmetric metric, potential, Simpson-Visser metric.*

КРАТКИЙ АНАЛИЗ НОВЫХ РЕШЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ ДЛЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ НА ОСНОВЕ СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНОЙ ТЕОРИИ

Аннотация. В статье показаны возможности использования скалярно-тензорной теории для кинетическая функция связи $h(\phi)$ и потенциала $U(\phi)$ неособой статической сферически-симметричной метрики. При этом учитывается, что скалярное поле может менять свое состояние с канонического на фантомное в определенных координатах. Появление СТН определяется метрикой Симпсона-Виссера не на всей площади радиальной координаты, а на ограниченной области.

Ключевые слова: *скалярно-тензорная теория, функция связи, статическая сферически-симметричная метрика, потенциал, метрика Симпсона-Виссера.*

ISSN: 2992-9210

Kirish. Tortishish nazariyasi bo'yicha so'nggi tadqiqotlarda Umumiy nisbiylik nazariyasi (UNN) dagi maydon tenglamalari yechimi sifatida qiziqarli xususiyatlarga ega bo'lgan fazo-vaqt metrikasiga doir misollar ko'rib chiqilgan. Ularning aksariyati nosingulyardir. Masalan, Simpson va Visser (SV) [1] Shvartsshild metrikasidagi $r = 0$ singulyarlikni yo'qotish uchun sferik radius r ni $r(x) = \sqrt{x^2 + b^2}$ ifodasi bilan almashtirishni taklif qildi, bu yerda $x \in R$ yangi radial koordinata. Bu almashtish natijasida $r(x)$ radius nol qiymatga teng bo'lmaydi ya'ni singulyarlik mavjud bo'lmaydi. Ushbu mulohazalardan nosingulyar metrika quyidagiga teng bo'ladi:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2m}{\sqrt{x^2+b^2}}\right) dt^2 + \left(1 + \frac{2m}{\sqrt{x^2+b^2}}\right)^{-1} dx^2 + (x^2 + b^2) d\Omega^2,$$
$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2.$$

Ko'rinib turibdiki, (1) ifoda m massa va $|x|$ ning katta qiymatlarida Shvarsshildning asimtotik yechimiga keladi ammo singulyarlik $(r = 0)$ o'rniga $x = 0$ da $r = b > 0$ regulyar minimumga ega bo'ladi.

Yuqoridagi (1) tenglamadagi qavs ichidagi hadni nolga tenglashtirib x ni topamiz. Ko'rish mumkinki, agar $b > 2m$ bo'lsa $x = 0$ nuqtada bir bo'g'izli o'tkazuvchan yumronqoziq iniga, $b > 2m$ bo'lsa $x = \pm\sqrt{4m^2 - b^2}$ nuqtada oddiy ikki qutbli regulyar qora tuynukga, $b = 2m$ bo'lsa $x = 0$ nuqtada bitta ekstremal qutbga ega regulyar qora tuynukga keladi. Shunga o'xshash regulyarizatsiyalar Reissner-Nordström va boshqa singulyar metrikalar uchun ham olingan [2]. Simpson va Visser nol qiymatga ega bo'lmagan $\sqrt{u^2 + b^2}$ almashtirishtirish orqali singulyarlikdan (qaralayotgan metrikada nol qiymat singulyarlikka mos keladi) qutilishga keladi. Bu yerda $b > 0$ regulyarizatsiya parametri.

Soddalik uchun (1) tenglamani umumiy ko'rinishda quyidagicha yozib olsak bo'ladi:

$$ds^2 = A(x)dt^2 - \frac{dx^2}{A(x)} + r^2(x)d\Omega^2$$

Bunda metrika kvaziglobal radial koordinata x deb ataladigan shartlarda yozilgan [3].

Tadqiqot metodologiyasi. Biz ikkita maydonning kombinatsiyasidan ko'ra, bitta maydonga ega bo'lgan ixtiyoriy statik, sferik-simmetrik fazo-vaqtning maydon tavsifini olishga harakat qilamiz. Kerakli yangi erkinlik darajasi sifatida skalyar maydon va fazo-vaqt egriligi o'rtasidagi minimal bo'lmagan bog'lanishdan foydalanish, boshqacha qilib aytganda, tortishishning skalyar-tenzor nazariyalarini (STN) qo'llash maqsad qilindi. Biz bunday tasvirlash haqiqatan ham mumkinligini ko'rsatamiz hamda ixtiyoriy $A(x)$ va $r(x)$ uchun STN xarakteristikalarini (potensial $U(\phi)$ va kinetik bog'lanish funksiyasi $h(\phi)$) olish algoritmini ko'rsatamiz. Keyin biz ushbu algoritmni ikkita maxsus misolga qo'llaymiz. Metrika $(+ - - -)$, $8\pi G = c = 1$ deb qabul qilingan hamda $G_\mu^\nu = R_\mu^\nu - \frac{1}{2}\delta_\mu^\nu R = -T_\mu^\nu$ Eynshteyn tenglamalaridan foydalanilgan.

Sferik-simmetrik fazo-vaqtlarning skalyar-tenzor nazariyasi tasviri

ISSN: 2992-9210

Bergmann-Vagoner-Nordtvedtning umumiy skalyar-tenzor tortishish nazariyasi quyidagi ta’sir integrali bilan tavsiflanadi [4-6]

$$S_{STT} = \frac{1}{16\pi} \int \sqrt{-g} d^4x \left[f(\phi)R + 2h(\phi)\phi^{,\alpha}\phi_{,\alpha} - 2U(\phi) + L_m \right]$$

bu yerda R - fazo-vaqtning skalyar egriligi, f, h, va U skalyar maydon ϕ ning ixtiyoriy funksiyalari ($f(\phi) > 0$ finitli, chunki effektiv tortishish doimiysi $1/f$ ga proporsional), va L_m - gravitatsiyaga ega bo‘lmagan materiyaning Lagranj funksiyasi. Ushbu ta’sir integralining variatsiyasini hisoblab, eng kichik ta’sir prinsipiga ko‘ra, uni nolga tenglashtiramiz. (2) metrikaga asosan Eynshteyn tenzorining nolga teng bo‘lmagan komponentalari topib olingan differensial tenglamaga keltirib qo‘yamiz va quyidagi tenglamlarga ega bo‘lamiz [7]:

$$f\left(G_t^t - G_\theta^\theta\right) = f'\left(\frac{A'}{2} - \frac{Ar'}{r}\right)$$

$$f(G_t^t + G_x^x) + Af'' + f'\left(\frac{4Ar'}{r} + A'\right) = -2U$$

$$f(G_t^t - G_x^x) + Af'' = -2Ah\phi'^2$$

Reissner-Nordström metrikasi (2) va yuqoridagi (1) metrikaga asosan

$$r(x) = \sqrt{x^2 + b^2}, \quad A(x) = 1 - \frac{2m}{\sqrt{x^2 + b^2}}$$

bu yerda m - “Shvartsshild massasi” ga teng massa, $b > 0$ - regulyarizatsiyalash parametri. (4)-(6) lardan

$$x(r - 3m)f' = \frac{3mb^2}{r^2} f$$

$$\frac{r - 2m}{r} f'' + \frac{2x}{r^3}(2r - 3m)f' - \frac{4mb^2}{r^5} f = -2U$$

$$f'' + \frac{2b^4}{r^4} f = -2h\phi'^2$$

Bu yerda $r = r(x)$ (7) da berilgan, shtrix d/dx bildiradi.

(8) dan $b \neq 3m$ va $b = 3m$ bo‘lganda mos ravishda

$$f(x) = f_0 r(r + b)^{-\frac{3m}{2(3m+b)}}(r - b)^{-\frac{3m}{2(3m-b)}}|r - 3m|^{\frac{b^2}{9m^2-b^2}}, f_0 = con$$

$$f(x) = f_0 r(r + b)^{-\frac{1}{4}}(r + b)^{-\frac{3}{4}} e^{-\frac{b}{2r-2b}}$$

larni hosil qilamiz.

Oldingidek, umumiylikni yo‘qotmasdan, ϕ maydonni parametrlash sifatida tanlashimiz mumkin

$$\phi = \frac{1}{b}\arctan\frac{x}{b} \Rightarrow \phi' = \frac{1}{x^2 + b^2} = \frac{1}{r^2}$$

x yoki r funksiyalari sifatida hisoblangan $f(\phi), h(\phi), U(\phi)$ kattaliklar $x = b\tan(b\phi)$ va $r = b/cos(b\phi)$ almashtirishlar orqali ϕ o‘zgaruvchidan bog‘liq bo‘lgan kattaliklarga osongina o‘tkaziladi.

b parametri $b < 3m$ kichik bo‘lganda regulyarizatsiyalashni qaraylik. (10) dan $h\phi'^2$ ifodani hisoblasak va (13) ni e’tiborga olsak

$$h(\phi) = \frac{b^2 f(\phi)}{2}\left[\frac{3m[4r^3 - 9mr^2 + 3b^2(m - r)]}{(r^2 - b^2)(r - 3m)^2} - 2\right]$$

ISSN: 2992-9210

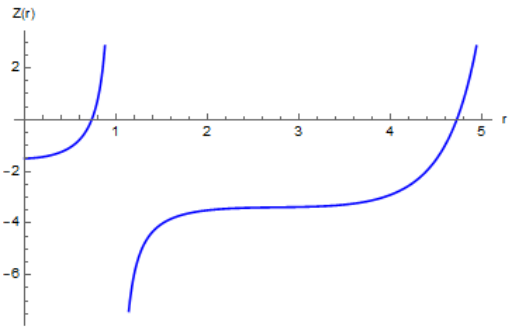
$f(\phi)$ funksiya (11) da berilgan. (9) dan esa $U(\phi)$ potensial quyidagiga teng bo‘ladi:

$$U(\phi) = -\frac{mb^2 f(\phi)}{2} \frac{b^2(3m+r) + r(-36m^2 + 21mr - 4r^2)}{r^4(r^2 - b^2)(r-3m)^2}$$

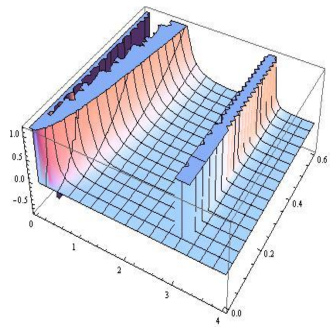
(11) dagi funksiya $r \to b$ da cheksizlikka intiladi, ya'ni $x = 0$ da qora sakrashga va $r = 3m$ da nolga aylanadi. Shuning uchun skalyar-tenzor nazariyasi tasvirining to‘rtta alohida intervali mavjud:

$$x < x_0, \; -x_0 < x < 0, \; 0 < x < x_0, \; x > x_0$$

bu yerda $x_0 = \sqrt{9m^2 - b^2}$.



1a-rasm



1b-rasm

Tahlil va natijalar. $Z(r) = h(\phi)/f(\phi)$ va $U(\phi)/f(\phi)$ funksiyalarining r radiusdan bog‘liq grafiklari keltirilgan (1a va 1b rasmlar). Bunda x bo‘yicha ham musbat, ham manfiy bir xil. Ko‘rinib turibdiki, qora sakrashni o‘z ichiga olgan metrika (7) ning manbasi fantom maydoni bo‘lishi mumkinligini ko‘rsatadi.

Xulosa. Turli xil statik sferik-simmetrik metrikani skalyar-tenzor nazariya tenglamalarining vakuumli yechimi (3) ga taqdim etish mumkinligini ko‘rsatdik. $A = const \cdot r^2$ bo‘lganda $F(\phi) = A'/2 - Ar'/2 = 0$ tenglikdan $f(\phi)$ ni aniqlab bo‘lmaydi. $F = 0$ ning radial koordinatasi x ning umumiy qiymatlari mavjud va bunday qiymatlar skalyar-tenzor nazariyasi tasavvurini turli sohalarga ajratib turadi. Bundan tashqari, $f(\phi)$ nol yoki cheksiz bo‘lgan umumiy singulyarlikga ega. Yana bir umumiy fenomenon - $h(\phi)$ kinetik koeffitsienti manfiy bo‘lgan alohida sohalarning paydo bo‘lishiga olib keladi. Taklif qilinayotgan skalyar-tenzor nazariyasi tasvirining kamchiligi shundaki, $F = 0$ bo‘lgan x ning ajratuvchi qiymatlari umuman o‘rganilayotgan fazo-vaqtning fizik jihatdan ajralib turadigan sirtlari bilan aniq bog‘liq emas. Shunga qaramay, ushbu skalyar-tenzor nazariyasi tasvirining xususiyatlari muhim va umumiy jihatdan foydalidir.

Minnatdorchilik. Muallif O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta’lim, fan va innovatsion rivojlanish vazirligi huzuridagi Innovatsion rivojlanish agentligiga FZ-20200929385 raqamli “Eynshteyn tenglamalarining Qora tuynuklar (Black holes) va Yumronqoziq inlari (Wormholes) uchun yangi yechimlari” nomli ilmiy loyihani qo‘llab-quvvatlaganligi uchun chuqur minnatdorchilik bildiradi

ISSN: 2992-9210

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1. A. Simpson and M. Visser, Black bounce to traversable wormhole, JCAP 02, 042 (2019).
2. E. Franzin, S. Liberati, J. Mazza, A. Simpson and M. Visser, Charged black-bounce spacetimes, JCAP 07, 036 (2021).
3. K. A. Bronnikov and S. G. Rubin. Black Holes, Cosmology, and Extra Dimensions (2nd edition, World Scienti_c, 2021).
4. P. G. Bergmann, Comments on the scalar-tensor theory, Int. J. Theor. Phys. 1, 25 (1968).
5. R. Wagoner, Scalar-tensor theory and gravitational waves, Phys. Rev. D 1, 3209 (1970).
6. K. Nordtvedt, Post-Newtonian metric for a general class of scalar-tensor gravitational theories and observational consequences, Astroph. J. 161, 1059 (1970).

Bronnikov, K.A., Badalov, K. & Ibadov, R. Arbitrary Static, Spherically Symmetric Space-Times as Solutions of Scalar-Tensor Gravity. *Gravit. Cosmol.* **29**, 43–49 (2023). https://doi.org/10.1134/S0202289323010036