

MATEMATIKA MUTAXASSISLARNI TAYYORLASHDA OLIMPIADANING TUTGAN O‘RNI VA AHAMIYATI РОЛЬ И ЗНАЧЕНИЕ ОЛИМПИАДЫ В ПОДГОТОВКЕ СПЕЦИАЛИСТОВ- МАТЕМАТИКОВ THE ROLE AND IMPORTANCE OF THE OLYMPIAD IN THE TRAINING OF MATHEMATICS SPECIALISTS

Sattorov E.N.,
Boyqobilov E. B.

1.2- Finlandiya pedagogika instituti, Samarqand, O‘zbekiston

Sattorov Ermamat Norqulovich fizika-
matematika fanlari
doktori,
O‘zbekiston-
Finlandiya
pedagogika instituti,
“Matematika va
informatika”
kafedrası mudiri,
Samarqand,
O‘zbekiston

E-mail: [Sattorov-
e@rambler.ru](mailto:Sattorov-e@rambler.ru)

Boyqobilov Erali Bahromjon o‘g‘li

O‘zbekiston-
Finlandiya
pedagogika instituti,

E-mail:
[eraliboyqobilov@g
mail.com](mailto:eraliboyqobilov@gmail.com)

Annotatsiya. Ushbu ishda bo‘lajak matematik mutaxassislarni tayyorlashda matematika olimpiadasining tutgan o‘rni va ahamiyati to‘g‘risida fikr yuritiladi. Matematika olimpiadasi oliy o‘quv yurtida o‘quv jarayonining muhim bo‘g‘ini ekanligi haqidagi fikr asoslab berilgan.

Kalit so‘zlar. Matematika olimpiadasi, oliy matematika, pedagogika instituti, matematika ta’limi, nostandart masalalar, bakalavriat.

Аннотация. В данной работе рассматривается роль и значение олимпиады по математике в подготовке будущих математиков. Обосновывается идея о том, что математическая олимпиада – это важное звено образовательного процесса в вузе.

Ключевые слова. математическая олимпиада, высшая математика, вуз, математическое образование, нестандартные задачи, бакалавриат.

Abstract. This paper examines the role and significance of the Mathematics Olympiad in the training of future mathematicians. The idea that the mathematical Olympiad is an important part of the educational process at a university is grounded.

Keywords: Olympiad, higher mathematics, university, mathematical education, non-standard problems, bachelor degree.

Kirish

2023-yil mamalakatimizda o‘z poyoniga etayotgan “Insonga e’tibor va sifatli ta’lim” yilida ilm-fanni rivojlantirishda, yoshlarga ta’lim-tarbiya berishda bir qator ijobiy ishlarni amalga oshirilayotganligini alohida ta’kidlash mumkin. Jumladan, 2023-yil 23-29-oktabr kunlari Nukus shahrida oliy ta’lim muassasalari talabalari o‘rtasida matematika fani bo‘yicha Muhammad al-Xorazmiy nomidagi II Xalqaro olimpidasi, 2023-yil 26-noyabr kuni “Akademik Qori Niyoziy merosi” ilmiy-metodik markazi, Matematika instituti, hamda Aniq va ijtimoiy fanlar universiteti hamkorligida bakalavriat talabalari uchun mukofot jamg‘armasi 10 million so‘m bo‘lgan “Qori Niyoziy izdoshlari” nomli matematika olimpiadasining Final bosqichi o‘tkazildi. Matematika olimpiadasi o‘zining uzoq tarixiga ega bo‘lib, ilk bor 1886-yil Ruminiyada litseyning bitiruvchilari o‘rtasida birinchi matematik konkurs sifatida o‘tkazilgan. Aynan 1886-yil matematikada olimpiada harakatining boshlanishi hisoblanadi. Sobiq Sovet Ittifoqida 1933-yilda Tbilisida maktab o‘quvchilari o‘rtasida musobaqa o‘tkazilgan.

1. Matematik olimpiadalarni tashkil etilishi

Matematika olimpiadasi — maktab o‘quvchilari (ba’zan universitet talabalari) o‘rtasida nostandart matematik masalalarni yechish bo‘yicha o‘tkaziladigan fan olimpiadasi hisoblanadi. Olimpiadani tashkil etishdan maqsad nafaqat bilimi kuchli

talabalarni aniqlash, balki matematiklar o'rtasida umumiy bayram muhitini yaratish, muammolarni hal qilishga qiziqish va mustaqil fikrlashni rivojlantirishdir.

O'zbekiston-Finlandiya pedagogika instituti "Matematika va informatika" kafedrası yetakchi o'qituvchilarining talabalarni tayyorlashdagi say harakatlari jahon miqyosida olib borilayotgan amaliy tajribalarga asoslanadi va ular bilan hamkorlik ishlarini olib boradi. Jumladan, respublikamiz, Butunrossiya va xalqaro darajadagi olimpiadalar g'oliblarini tayyorlash tajribalaridan foydalanish maqsadga muvofiqdir [1]-[10]. Keng qamrovli tahlil natijalari shuni ko'rsatmoqdaki, talabalarni mantiqiy tafakkurini rivojlantirishga qaratilgan matematika olimpiadalariga talabalarni tayyorlashning asosiy bosqichlaridan nostandart masalalarni yechish ko'nikmalarini shakllantirish zarurdir. Masalalarni yechishga noan'anaviy usulda yondashuvlarni qo'llash kelajakda bo'lg'usi matematiklar, muhandislar, iqtisodchilarga kelajakda texnik va iqtisodiy muammolarni hal qilishga yordam beradi. Talabalarning ijodiy va kasbiy qobiliyatlarini rivojlantirish, bilimlarini chuqurlashtirishda matematika olimpiadalarining o'rni beqiyos. Matematika fanini puxta o'zlashtirishda individual, yakka tartibda va jamoada ishlash qobiliyati. Matematikasi Olimpiada nimani rivojlantiradi?

2. Matematik olimpiada masalalarini yechish namunasi

Maqola mualliflari, 2023-yil 23-29 oktyabr kunlari Nukus shahrida oliy ta'lim muassasalari talabalari o'rtasida matematika fani bo'yicha Muhammad al-Xorazmiy nomidagi II Xalqaro olimpiadasida guruh rahbari va olimpiada ishtirokchi (Kumush medal sohibi) sifatida qatnashib berilgan misol va masalalarni yechilish usullarini institutda faoliyat ko'rsatayotgan matematika fani to'garagida muhokama etishdi. Namuna sifatida tavsiya etilayotgan misolni uch xil usulda yechish mumkin ekanligi ko'rsatiladi. Olimpiada xalqaro bo'lganligi sababli berilgan topshiriqlar ingliz tilida berildi.

Problem 1. Consider the following functions $f, g : (0,1) \rightarrow R$ given by

$$f(x) = \frac{x}{1-x^2} \text{ and } g(x) = \frac{x^{2023}}{1-x^2}$$

Compare the following numbers: $f^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right)$ and $g^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right)$, where $f^{(n)}$ denotes the n^{th} derivative of the function f .

Misolning o'zbek tilidagi tarjimasi quyidagicha

$f, g : (0,1) \rightarrow R$ shartni qanoatlantiruvchi quyidagi

$$f(x) = \frac{x}{1-x^2} \text{ va } g(x) = \frac{x^{2023}}{1-x^2}$$

funksiyalar berilgan. Berilganlarni bir-biri bilan taqqoslang:

$$f^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right) \text{ va } g^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right),$$

bu yerda $f^{(n)}$ – n -tartibli hosila.

Yechish. 1-usul: (Boyqobilob E. foydalangan usul)

Misol shartiga ko‘ra $x \in (0,1)$ ekanligini hisobga olsak, u holda berilgan funksiyalarni quyidagicha funksional qator ko‘rinishida yozish mumkin.

$$x \in (0,1) = \frac{x}{1-x^2} = x \cdot \frac{1}{1-x^2} = x \cdot (1 + x^2 + x^4 + \dots) = x \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$$

$$g(x) = \frac{x^{2023}}{1-x^2} = x^{2023} \cdot \frac{1}{1-x^2} = x^{2023} \cdot (1 + x^2 + x^4 + \dots) = x^{2023} \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$$

Haqiqatda ham qavslarning ichini hisoblasak $\frac{1}{1-x^2}$ ni beradi. Chunki, $x \in (0,1)$ hisobiga cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyaning yig‘indisi bo‘lib qoladi. Geometrik progressiyaning birinchi hadi 1 ga, maxraji esa x^2 ga teng.

Endi $f(x) - g(x)$ ifodani qaraylik.

$x \in (0,1)$ da $f(x) > g(x)$ ekanligini bilish qiyin emas.

$$f(x) - g(x) = x \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n} - x^{2023} \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$$

$$f(x) - g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n+1} - \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n+2023}$$

$$f(x) - g(x) = (x + x^3 + \dots + x^{2021} + x^{2023} + \dots) - (x^{2023} + x^{2025} + \dots)$$

$$f(x) - g(x) = (x + x^3 + x^5 + x^7 + \dots + x^{2019} + x^{2021}) \quad (1)$$

Hosila olishning xossalriga ko‘ra, agar $y(x) = f(x) \pm g(x)$ bo‘lsa, u holda $y^{(n)}(x) = f^{(n)}(x) \pm g^{(n)}(x)$ tenglik o‘rinli bo‘ladi. Aynan shu xossani (1) ga qo‘llaymiz.

$$f(x) - g(x) = (x + x^3 + x^5 + x^7 + \dots + x^{2019} + x^{2021})$$

$$n = 1 \text{ da } f'(x) - g'(x) = 1 + 3x^2 + 5x^4 + \dots + 2021x^{2020}$$

$$n = 2 \text{ da } f''(x) - g''(x) = 3 \cdot 2x + 5 \cdot 4x^3 + \dots + 2021 \cdot 2020x^{2019}$$

$$n = 3 \text{ da } f'''(x) - g'''(x) = 6 + 5 \cdot 4 \cdot 3x^2 + \dots + 2021 \cdot 2020 \cdot 2019x^{2018}$$

.....

$$n = 2021 \text{ da } f^{(2021)}(x) - g^{(2021)}(x) = 2021!$$

$$n = 2022 \text{ da esa } f^{(2022)}(x) - g^{(2022)}(x) = 0$$

Bundan, $f^{(2022)}(x) = g^{(2022)}(x)$ umuman olganda $x \in (0,1)$ va $n \geq 2022$ da $f^{(n)}(x) = g^{(n)}(x)$ ekanligi kelib chiqadi. Demak bizdan so'ralgan $f^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right)$ va $g^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right)$ larning qiymatlari teng ekan.

Javob: $f^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right) = g^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right)$, teng.

2-usul. Berilgan funksiyalarni ayirmasini $f(x) - g(x)$ qaramiz, ya'ni

$$\begin{aligned} f(x) - g(x) &= f(x) = \frac{x}{1-x^2} - \frac{x^{2023}}{1-x^2} = \frac{x-x^{2023}}{1-x^2} = \frac{x(1-x^{2022})}{1-x^2} = \\ &= \frac{x(1-x^{1011})(1+x^{1011})}{1-x^2} = \\ &= \left(\begin{array}{l} a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1}) \\ a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + b^{n-1}) \end{array} \right. \text{ } n - \text{toq son} \left. \right) \\ &= \frac{x(1-x)(1+x+x^2+\dots+x^{1010})(1+x)(1-x+x^2-x^3+\dots+x^{1010})}{(1-x)(1+x)} = \\ &= x(1+x+x^2+\dots+x^{1010})(1-x+x^2-x^3+\dots+x^{1010}) \\ f(x) - g(x) &= x(1+x+x^2+\dots+x^{1010})(1-x+x^2-x^3+\dots+x^{1010}) \quad (2) \end{aligned}$$

Oxirgi hosil bo'lgan ifodaga e'tibor bersak uning darajasi 2021 dan oshmaydi ekan. Hosila olishning xossalriga ko'ra uning 2021-tartibli hosilasi o'zgarmas son bo'ladi va 2022-tartibli hosilasi esa 0 ga aylanadi. Bundan $f^{(2022)}(x) = g^{(2022)}(x)$ va $f^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right) = g^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right)$ ekanligi kelib chiqadi.

Javob: $f^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right) = g^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right)$, teng.

3-usul. Bu usulda quyidagi ishlarni amalga oshiramiz.

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{x^{2023}}{1-x^2} = \frac{x^{2023} - x^{2021} + x^{2021} - x^{2019} + \dots + x^3 - x + x}{1-x^2} \\ g(x) &= \frac{(1-x^2)(-x^{2021} + x^{2019} - x^{2017} + \dots + x^3 - x) + x}{1-x^2} \\ g(x) &= (-x^{2021} + x^{2019} - x^{2017} + \dots + x^3 - x) + \frac{x}{1-x^2}, \left\{ f(x) = \frac{x}{1-x^2} \right\} \end{aligned}$$

$$g(x) = (-x^{2021} + x^{2019} - x^{2017} + \dots + x^3 - x) + f(x) \quad (3)$$

$y(x) = (-x^{2021} + x^{2019} - x^{2017} + \dots + x^3 - x)$ funksiyani qarasak, $\deg(y(x)) = 2021$ va $y^{(2021)}(x) = -2021!$, $y^{(2022)}(x) = 0$.

$$g^{(2022)}(x) = 0 + f^{(2022)}(x) \Rightarrow f^{(2022)}(x) = g^{(2022)}(x)$$

$$\text{Demak, } f^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right) = g^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right)$$

$$\text{Javob: } f^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right) = g^{(2022)}\left(\frac{1}{2023}\right), \text{ teng.}$$

Izoh: Yuqoridagi usullarga to'xtalib o'tadigan bo'lsak,

1-usulda aynan $x \in (0,1)$ ekanligi va

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n+1}, \quad g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n+2023}$$

funksional qatorlarning tekis yaqinlashuvchi ekanligidan foydalangan holda bajarilgan ishlarni amalga oshish imkoyati bo'ladi.

2-usulda $f(x) - g(x)$ ayirmani qaraganimizda aynan x^{1011} , darajasi toq bo'lgani uchungina $x^{1011} + 1$ ni ko'paytuvchiga ajrata oldik.

3-usul eng oddiy, eng oson va eng to'g'ri usul deb o'ylayman. Chunki bu usulda deyarli umuman hech qanday shartlarga asosan ish ko'rmadik. To'g'ridan-to'g'ri misolni yechish imkoni bo'ldi.

Foydalanilgan adabiyotlarni ro'yxati

1. Асмыкович И.К. Об организации и пользе олимпиад по математике в техническом университете // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях. Могилев: Белорусско-Российский университет, 2019. С. 13–15.
2. Афанасьева В.И., Шарин Е.Ф. Об опыте проведения заключительного этапа всероссийской олимпиады студентов по математике // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях. Могилев: Белорусско-Российский университет, 2019. С. 4–6.
3. Бекшаев И.А., Дьячкова Т.В. Профессиональное выгорание педагога // Современные здоровые берегающие технологии. Орехово-Зуево: Гос. гуманитарно-технологический ун-т, 2018. № 4. С. 36–46.
4. Борисова Е.А., Чебунькина Т.А. Математические методы и модели в научных исследованиях и профессиональной деятельности. Кострома: Костромской государственный университет, 2017. 87 с.

5. Воронцова О.Р., Чебунькина Т.А. Из опыта работы школы юных математиков «Матрица» // Актуальные технологии преподавания в высшей школе. Кострома: Костром. гос. ун-т, 2019. С. 120–123.
6. Землякова И.В., Чебунькина Т.А. Роль и место математических олимпиад в системе подготовки студентов высших учебных заведений // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2020. Т. 26, № 2. С. 206–210. DOI 10.34216/2073-1426-2020-26-2-206-210.
7. Мухина С.Н., Скоробогатых Е.Ю. Математическая олимпиада как элемент системы внеаудиторной работы студентов технического вуза // Известия Балтийской государственной академии рыбопромыслового флота: психолого-педагогические науки. Калининград: Балтийская гос. академия рыбопромыслового флота, КГТУ, 2018. № 1. С. 159–163.
8. Пашкевич Ю.У. Поиск новых путей совершенствования работы с одаренными студентами в системе университетского образования // Педагогика Роль и место математических олимпиад в системе подготовки студентов высших учебных заведений 210 Вестник КГУ 2020 ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ и психология: теория и практика. Луганск: Луганский нац. ун-т им. В. Даля, 2017. № 1. С. 74–81.
9. Салахутдинова З.Г., Салахутдинова Е.С. Несколько задач по теме «Ряды» для занятия по подготовке к олимпиаде // Инновационные образовательные технологии в техническом вузе. Тамбов: Студия печати Павла Золотова, 2016. С. 65–73.
10. Чебунькина Т.А., Борисова Е.А. Прикладная направленность курса «Линейная алгебра» // Актуальные технологии преподавания в высшей школе. Кострома: Костром. гос. ун-т, 2019. С. 120–123.